შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

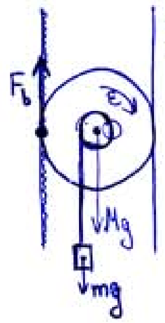
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 42-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

30.04.2011/ ფიზ/ III/ 677

ამოცანა № 1

გვერდი № 1



$x\downarrow$ ვერტიკალური ღერძი ქვემოთ მიმართული იყოს x. მაშინ x-ზე ნიუტონის II კანონის თანახმად (მთელი სისტემისთვის)

$$Mg+mg-F_b=(m+M)a' \Rightarrow a'=g-\frac{F_b}{m+M}$$ სადაც a' კოჭის აჩქარებაა.

ვთქვათ კოჭის ბრუნვის აჩქარებაა ε. მაშინ

$$\cancel{md^2\varepsilon=F_bD-mgd} \quad md^2\varepsilon=F_bD-mgd$$
$$\Downarrow$$
$$\varepsilon=\frac{F_bD}{md^2}-\frac{g}{d}.$$

რადგან კოჭი მიცურავს ვერტიკალზე არ სრიალებს (ძაფთან მიმართებით) ამიტომ

$$\omega(t)\cdot D=v(t)$$

სადაც $\omega(t)$ ნებისმიერ მომენტში კოჭის ბრუნვის სიჩქარეა, ხოლო $v(t)$ არის კოჭის ცენტრის სიჩქარე იმავე მომენტში. მაშინ გაწარმოებით ვღებულობთ

$$\varepsilon D=a'.$$
$$\Downarrow$$
$$F_b\cdot\frac{D^2}{md^2}-g\cdot\frac{D}{d}=g-\frac{F_b}{m+M}$$
$$\Downarrow$$
$$F_b\,\frac{D^2(m+M)+md^2}{md^2(m+M)}=g\cdot\frac{D+d}{d}$$
$$F_b=\frac{mgd(D+d)(m+M)}{D^2M+D^2m+d^2m}$$

a იყოს m მასის აჩქარება. მაშინ $a=|a'-\varepsilon d|$ ანუ m-ის აჩქარება ლაბორატორიულ სისტემაში ტოლია m-ის აჩქარება კოჭთან მიმართ $(-\varepsilon d)$ დამატებული კოჭის აჩქარება ლაბორატორიულთან მიმართ (a') ანუ

$$a=\left|g-\frac{F_b}{m+M}-\frac{F_bD}{md}+g\right|=\left|2g-F_b\cdot\frac{md+mD+MD}{(m+M)md}\right|=\left|2g-\frac{mgd(D+d)(m+M)}{MD^2+mD^2+md^2}\cdot\frac{md+mD+MD}{(m+M)\,md}\right|=\left|2g-g\frac{(D+d)(md+mD+MD)}{MD^2+mD^2+md^2}\right|=\left|2g-g\frac{mdD+mD^2+MD^2+md^2+mDd+MDd}{MD^2+mD^2+md^2}\right|=\left|g-\frac{gDd(2m+M)}{MD^2+mD^2+md^2}\right|$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 42-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

30.04.2011/ ფიზ/ III/ 677

ამოცანა № 1

გვერდი № 2

თუ a-ს x-ზე დავაგეგმილებთ,

$$a_x = a' - \varepsilon d = g\left(1 - \frac{Dd(2m+M)}{MD^2 + mD^2 + md^2}\right)$$

რადგან $mD^2+md^2 \geq 2\sqrt{mD^2\cdot md^2} = 2mDd$, $MD^2 = M\cdot D\cdot D > MDd$ $\Rightarrow$ $MD^2+mD^2+md^2 > Dd(2m+M)$

ანუ $a_x>0$ ყოველთვის. მაშინ გამოდის, რომ თ-ს აჩქარება ყოველთვის ქვევითაა მიმართული და ტოლია $a = g\left(1 - \frac{Dd(2m+M)}{MD^2+mD^2+md^2}\right)$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

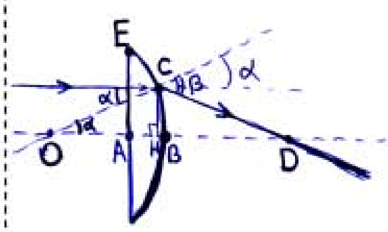
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 42-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

30.04.2011/ ფიზ/ III/ 677

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = n = 1.6. \qquad \sin\alpha = \frac{CH}{OC} = \frac{h}{R} = \frac{h}{0.1} = 10h.$$

მაშინ, $\sin\beta = \frac{nh}{R} = 16h.$

$\angle BDC = \beta - \alpha.$ ამიტომ $\frac{CH}{HD} = tg(\beta-\alpha)$

$$\Downarrow$$

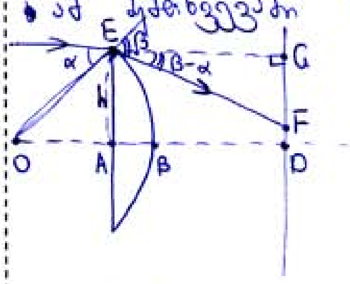
$$HD = \frac{h}{tg(\beta-\alpha)}$$

განვიხილოთ I შემთხვევა, როცა დაცემული პარალელურია. მაშინ იმის გასარკვევად, თუ სად ფოკუსირდება სხივები, უნდა ~~[illegible]~~ განვიხილოთ $C \to B$ შემთხვევა. აქ გვაქვს $\alpha \ll 1$, $\beta \ll 1$. $h \ll 1$ ამიტომ ზედა ფორმულები გადაიწერება შემდეგნაირად: $\alpha = 10h$ $\beta = 16h$ ხოლო

$AB \equiv \Delta d = 0.2$სმ. $\quad AD = AH + HD = AB + \frac{h}{\beta-\alpha} = \Delta d + \frac{h}{\beta-\alpha} = 0.002 + \frac{h}{6h} = \frac{1}{6} + \frac{1}{500}$ (მ)

$BD \approx HD = \frac{1}{6}$ (მ).

ანუ სისტემა (ლინზა) B წერტილიდან $\frac{1}{6}$ მ მანძილზე. ახლა დავუშვათ მივაპყროთ და ვნახოთ სადაც სხივები ეკრანზე სად აღმოჩნდება. ამისათვის საჭიროა უკიდურესი ზედა და ქვედა სხივები უნდა ვნახოთ. განვიხილოთ მხოლოდ ზედა (E-დან გამავალი სხივი) და ქვედა ამ შემთხვევაში რადიუსს დავთვლით.



რადგან EB წრეწირის რკალია, $OA^2 + AE^2 = OE^2 \Rightarrow h = \sqrt{10^2 - 9.8^2}$ სმ

ანუ $h = \sqrt{3.96}$ სმ $= \frac{3}{5}\sqrt{11}$ (სმ) $= \frac{3\sqrt{11}}{500}$ (მ)

$\sin\alpha = 10h = \frac{3\sqrt{11}}{50} \Rightarrow \alpha \simeq 11.47834095°$ $\Rightarrow \beta - \alpha \simeq 6.18292508°$

$\sin\beta = 16h = \frac{12\sqrt{11}}{125} \Rightarrow \beta \simeq 17.66126603°$ $\quad \Downarrow \quad tg(\beta-\alpha) \simeq 0.1083332435$

მაშინ $d = 2r = 2DF = 2(h - GF) = 2(h - EG\,tg(\beta-\alpha)) = 2(h - AD\,tg(\beta-\alpha)) \approx 0.003255083344 \simeq 3.255$ (მმ)

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 42-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

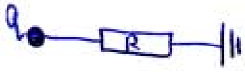
მაგიდა №

30.04.2011/ ფიზ/ III/ 677

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

ამ პროცესს ცალკე მივიღებ შევხედოთ: დიოდური - ხოლო დამუხტული სფერო, პატარა-ტოლის წინაღობის რეზისტორი, რომელიც მიწდება.



დამიწების პოტენციალი არის 0, ხოლო დამუხტული სფეროს - φ.
φ დამოკიდებულია მუხტზე, კულონის მუდმივა k-ზე და სფეროს ~~ფორ-ფორ~~ ზომაზე. თუ ვიტყვით დიოდურს ავიღებთ, რომლის ხაზი სიმძლავრე 1მ, მაშინ გავზრდით ყველა განზომილებით თანაბრად r-ჯერ მაშინ სფეროს ზომა გახდება rმ. ანუ $\varphi = a \cdot q^x \cdot k^y \cdot r^z$ a-უგანზომილებოა.

განზომილებათა შედარებით: $\frac{ჯ}{კ} = კ^x \cdot \left(\frac{ნმ^2}{კ^2}\right)^y \cdot მ^z$

$$\frac{კგ \cdot მ^2}{ა \cdot წმ^3} = ა^x წმ^x \cdot \left(\frac{კგ \; მ^3}{ა^2 წმ^4}\right)^y \cdot მ^z$$

$$\Downarrow$$

$$კგ \cdot მ^2 \cdot ა^{-1} \cdot წმ^{-3} = ა^{x-2y} \cdot წმ^{x-4y} \cdot კგ^y \cdot მ^{z+3y}$$

$$\Downarrow$$

$$კგ = კგ^y \Rightarrow y = 1.$$

$$\Downarrow$$

$$კგ \cdot მ^2 \cdot ა^{-1} \cdot წმ^{-3} = ა^{x-2} წმ^{x-4} \cdot კგ \cdot მ^{z+3}$$

$$ა^{-1} = ა^{x-2} \Rightarrow x = 1.$$

$$მ^2 = მ^{z+3} \Rightarrow z = -1$$

თუ ~~ვუკეთ, რომ~~ I პუნქტის დამტკიცება ასრულდება შემდეგიდან, შემდეგ ფორმულის (ამავე ამოცანის III პუნქტი)

ანუ $\varphi = ak\frac{q}{r}$. ე.ი. $\varphi \sim q$.

მაშინ R წინაღობაში გავა დენი: $IR = \varphi - 0 \Rightarrow IR = \varphi = ak\frac{q}{r}$. $I = -\frac{dq}{dt}$

ამიტომ $\frac{dq}{dt} = -\frac{ak}{rR} \cdot q$ ვიცით, რომ $f(x)$ ფუნქციისთვის თუ $f'(x) = kf(x)$ მაშინ $f(x) = C \cdot e^{x\alpha}$ (სადაც α ...) ამიტომ მივიღებთ, რომ $q_t = C \cdot e^{t\alpha}$. თუ ჩავსვამთ $t=0$, მაშინ $q_0 = C \cdot 1 \Rightarrow q_t = q_0 e^{t\alpha}$. $t = \tau$-სთვის $q_\tau = q_0 e^{\tau\alpha} = \frac{q_0}{2}$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 42-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა N

30.04.2011/ ფიზ/ III/ 677

ამოცანა № 3

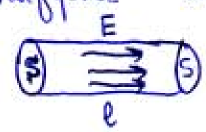
გვერდი № 2

მაშინ, $e^{\tau\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \tau\alpha = \ln(2^{-1}) \Rightarrow \alpha = -\frac{\ln 2}{\tau} = -\frac{\ln 2}{120}$

გამოდის, რომ $q_t = q_0 e^{-\frac{\ln 2}{\tau}t} = q_0 \cdot 2^{-\frac{t}{\tau}}$

$$I_t = \left|\frac{dq}{dt}\right| = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d(q_0 2^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = \frac{q_0 \ln 2 \cdot 2^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} = \frac{\ln 2}{\tau} q_t$$

3) ი.ღ. $\bar{j} = \frac{\bar{E}}{\rho}$ სადაც $\bar{j}$ დენის სიმკვრივეა, ის მიმართულია დენის ($\bar{I}$) მიმართულებით. დენის მიმართულებად ~~…~~ აიღება დადებითი მუხტების მიმართულება. დადებით მუხტზე კი მოქმედებს $\bar{F} = \bar{E} \cdot q'$ მიმართულებით და სადაც $q'>0$, ის მოქმედებს $\bar{E}$-ს თანხვედრი მიმართულებით. მაშინ თუ დავამტკიცებთ, რომ $j = \frac{E}{\rho}$, მაშინ $\bar{j} = \frac{\bar{E}}{\rho}$ დამტკიცებული იქნება.



ავიღოთ l სიგრძის და S განივკვეთის ფართობის მქონე ცილინდრული სადენი, ვთქვათ, რომ მისში დაძაბულობა თანაბრად … … მიმართულებით, რომ ცილინდრის … … დაძაბულობის … მაშინ $j = \frac{I}{S}$ განმარტების თანახმად. სადაც I ამ ცილინდრში გამავალი დენია. თუ ამ სადენის წინაღობაა R, ხოლო ბოლოებზე ~~…~~ ძაბვა $\Delta\varphi$ (უფრო ზუსტად $d\varphi$) მაშინ $I = \frac{d\varphi}{R}$, სადაც $R = \rho\frac{l}{S}$ - განმარტების თანახმად. მაშინ $I = \frac{d\varphi \cdot S}{\rho l}$, ხოლო $j = \frac{I}{S} = \frac{d\varphi \cdot S}{\rho l S} = \frac{d\varphi}{\rho l}$. მაგრამ სადაც $\bar{E}$ მიმართულია ცილინდრის ღერძის $d\varphi = El$ ამიტომ $j = \frac{El}{\rho l} = \frac{E}{\rho} \Rightarrow \bar{j} = \frac{\bar{E}}{\rho}$ რ.დ.გ.

4) დამუხტული ~~…~~ ზედაპირის თითოეულ წერტილში j_R და E_R … $\bar{j}$ და $\bar{E}$ … ამ წერტილებზე, … ამ წერტილებში დამუხტული ზედაპირზე გამავალი … … $j_R = \frac{E_R}{\rho}$. დავწეროთ გაუსის თეორემა. გაუსის თეორემის … … დამუხტული ზედაპირის. მაშინ

$$q_t = \frac{\Phi_t}{\varepsilon_0} = \frac{\int E_R dS}{\varepsilon_0}$$ ხოლო I_t არის t დროს დამუხტულიდან გამომავალი სრული დენი. მაშინ $I_t = \int j_R dS$ დამტკიცება:

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

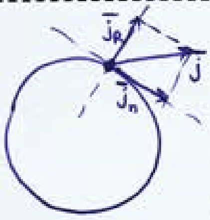
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 42-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

30.04.2011/ ფიზ/ III/ 677

ამოცანა № 3

გვერდი № 3



$\bar{j} = \bar{j}_R + \bar{j}_n$ სადაც დენი ვექტორი გვაქვს, ამიტომ $\bar{j}_R$ - ია მხოლოდ პასუხისმგებელი ამის. $\bar{j}_n$ კი დიელექტრიკის ზედაპირზე მუხტების გადაადგილებს, რომელიც იდეალური გამტარია, თუ ვიცით რომ მუხტები ზედაპირზე არ მოძრაობენ, არც აისებიან. ამიტომ ვექტორი დიელექტრიკიდან გამავალი დენი არის $j_R dS$-ების ჯამი (ინტეგრალი) ამიტომ

$$I_t = \int j_R\, dS = \int \frac{E_R}{\rho} dS = \frac{\int E_R dS}{\rho}. \quad \text{მაშინ} \quad q_t = \frac{\int E_R dS}{\varepsilon_0} = \frac{I_t \rho}{\varepsilon_0}.$$

$$I_t = \left|\frac{dq}{dt}\right| = -\frac{dq}{dt} \quad \text{ე.ი.} \quad q_t = -\frac{dq}{dt}\cdot\frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\frac{dq}{dt} = -\frac{\varepsilon_0}{\rho} q_t}$$

~~[illegible]~~ ამ განტოლების ამონახსნია $q_t = q_0 \cdot e^{-\frac{\varepsilon_0}{\rho} t}$ (შემოწმება, $q_t = X \cdot e^{-\frac{\varepsilon_0}{\rho} t}$, მაშინ საწყისი მნიშვნელობაა $q_0 = X \cdot e^0 = X$)

5) ჩვენ უკვე ვიცით, რომ $q_t = q_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{\tau} t} = q_0 \cdot e^{-\frac{\varepsilon_0}{\rho} t}$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\ln 2}{\tau} = \frac{\varepsilon_0}{\rho} \Rightarrow$$

$$\Downarrow$$

$$\rho = \frac{\varepsilon_0 \tau}{\ln 2} \approx 1{,}53 \cdot 10^{-9}$$

p.s. შევნიშნოთ, რომ $q_t = q_0 \cdot e^{t\alpha}$ ამის დამტკიცება საჭირო არ იყო (რადგან ეს თავიდან მოცემა) თუ ამ [illegible] ჩავთვლით, შეგვიძლია IV პუნქტის დამტკიცება ნაცვალობით ის ვაჩვენოთ, რომ $q_t = q_0 e^{-\frac{\varepsilon_0}{\rho} t}$ თუ ჩავსვამთ $t = \tau$-ს $q_\tau = q_0 e^{-\frac{\varepsilon_0}{\rho}\tau} = \frac{q_0}{2} \Rightarrow e^{-\frac{\varepsilon_0}{\rho}\tau} = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{\varepsilon_0}{\rho}\tau = -\ln 2 \Rightarrow \alpha \equiv -\frac{\varepsilon_0}{\rho} = -\frac{\ln 2}{\tau}$

მივიღებთ $q_t = q_0\, e^{-\frac{\ln 2}{\tau} t} = q_0\, 2^{-\frac{t}{\tau}}$. რ.დ.გ.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

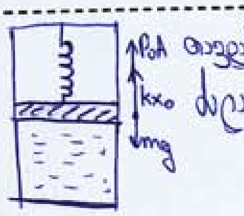
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 42-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

30.04.2011/ ფიზ/ III/ 677

ამოცანა № 4

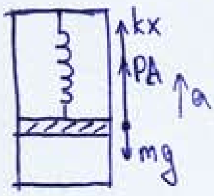
გვერდი № 1



თავდაპირველად ყველაფერი წონასწორობაშია. დგუშზე მოქმედებს ზამბარის, სიმძიმის ძალა და აირის წნევა.

მაშინ $mg = kx_0 + P_0A$. აირის სიმაღლეა $h = \frac{V_0}{A}$.

ახლა ზოგადად განვიხილოთ



ნიუტონის მეორე კანონით $ma = \cancel{mg +} PA + kx - mg$.

სადაც x არის ზამბარის წაგრძელება. $\Delta x \equiv x - x_0$

მაშინ $ma = PA + k\Delta x + kx_0 - mg = PA + k\Delta x - P_0A + \cancel{mg} - \cancel{mg} = A(P - P_0) + k\Delta x$.

როდესაც განვიხილავთ, $\Delta x = \frac{h}{2}$.

$V = V_0 - V_0\frac{\Delta x}{h}$. სადაც $PV^{\frac{5}{3}} = const \Rightarrow PV^{\frac{5}{3}} = P_0V_0^{\frac{5}{3}} \Rightarrow P = P_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{5}{3}} = P_0\left(1 - \frac{\Delta x}{h}\right)^{\frac{5}{3}}$.

გამოდის, რომ, როცა დგუში სწრაფად მოძრაობს ტოლია Δx-ისა

ვიღებთ, $ma = AP_0\left(\left(1 - \frac{\Delta x}{h}\right)^{\frac{5}{3}} - 1\right) + k\Delta x = k\Delta x - AP_0\frac{h^{\frac{5}{3}} - (h - \Delta x)^{\frac{5}{3}}}{h^{\frac{5}{3}}}$.